

УДК 531:624

ШИЛЯЕВ А.С.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

**ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ  
ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА  
ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

**Мета.** Програмна реалізація основних алгоритмів численно-аналітичного методу граничних елементів та їх застосування до розрахунку стержневих конструкцій.

**Методика.** Реалізується численно-аналітичний метод граничних елементів у середовищі MATLAB.

**Результати.** Розглянуто залежності численно-аналітичного методу граничних елементів, що використовуються при розрахунку систем перехресних балок. Розроблено програму, що реалізує розрахунок системи перехресних балок довільної конфігурації з довільним навантаженням численно-аналітичним методом граничних елементів.

**Наукова новизна.** Вперше розроблено універсальну логічну схему та програму для розрахунку систем перехресних балок з різними умовами спирання, навантаження, геометричними та фізичними характеристиками численно-аналітичним методом граничних елементів.

**Практична значимість.** Отримані результати дозволяють розраховувати довільні системи перехресних балок на різні види навантажень методом, альтернативним методу скінчених елементів.

**Ключові слова:** перехресні балки, метод граничних елементів, граничні параметри, MATLAB.

**Введение.** Как известно, многие задачи механики не имеют аналитических решений, поэтому приходится использовать численные методы. Развитие компьютерной техники послужило толчком к значительному развитию этих методов. На сегодняшний день наибольшей популярностью пользуется метод конечных элементов (МКЭ). Однако и он не безупречен. Основной проблемой МКЭ является сходимость решения и оценка погрешности, связанной с дискретизацией исходной геометрической модели. Помимо этого, существует еще целый ряд недостатков, которые подробно описаны и проанализированы в специальной литературе [1].

В этой связи продолжается поиск альтернативных подходов к дискретизации исследуемой модели. Наибольшее развитие получили различные модификации метода граничных элементов и среди них – численно-аналитический метод граничных элементов [2-4].

Преимуществами данного метода являются его универсальность, точность получаемого решения и относительная простота основных алгоритмов. Для широкого его внедрения в конструкторскую практику необходимо разработать соответствующий программный комплекс, реализующий алгоритм ЧА МГЭ, что позволит решать многие практические задачи, стоящие перед проектировщиками. Были предприняты отдельные попытки создания расчетных программ, базирующихся на численно-аналитическом методе граничных элементов (ЧА МГЭ), однако в этих работах решаются отдельные задачи [4-6].

Разработка программы, использующей все известные на сегодняшний день алгоритмы ЧА МГЭ, является важнейшей задачей.

**Постановка задачи.** В данной работе осуществляется программная реализация метода применительно к расчету стержневых систем, что, на наш взгляд, целесообразно проводить на системе перекрестных балок, поскольку это позволяет выявить основные требования для стержневых систем других типов.

**Результаты исследования.** Сущность ЧА МГЭ подробно изложена в работе [2]. Приведем здесь отдельные положения. Система уравнений метода в матричном виде имеет вид:

$$\bar{Y}(x) = \bar{A}(x)\bar{X}(0) + \bar{B}(x), \quad (1)$$

где:  $\bar{Y}(x)$  – матрица усилий и перемещений в произвольном сечении;  
 $\bar{X}(0)$  – матрица усилий и перемещений в начале координат;  
 $\bar{A}(x)$  – матрица коэффициентов системы уравнений изгиба;  
 $\bar{B}(x)$  – матрица внешней нагрузки.

Преобразуя уравнение (1) по алгоритму, указанному в [5], получаем уравнение:

$$A^*X^* = -B, \quad (2)$$

где:  $A^*$  – матрица коэффициентов;  
 $X^*$  – вектор неизвестных граничных параметров;  
 $B$  – вектор внешней нагрузки.

Матрица  $A^*$  и вектор  $X^*$  для стержневых систем формируются по следующей схеме [5]:

1. Записывается матрица  $\bar{A}(x)$ , вектор  $\bar{X}(0)$  и вектор  $\bar{Y}(x)$ .
2. Последовательно рассматриваем элементы векторов  $\bar{X}(0)$  и  $\bar{Y}(x)$ , выполняя при этом приведенные ниже действия:
  - если элемент вектора  $\bar{X}(0)$  равен нулю, обнуляем столбец матрицы  $\bar{A}(x)$ , номер которого равен порядковому номеру рассматриваемого элемента в векторе  $\bar{X}(0)$ ;
  - если элемент вектора  $\bar{X}(0)$  равен другому элементу вектора  $\bar{X}(0)$ , переносим столбец матрицы  $\bar{A}(x)$  с номером, равным большему номеру рассматриваемых элементов на место столбца, номер которого равен меньшему номеру рассматриваемых элементов. После этого обнуляем столбец матрицы  $\bar{A}(x)$ , номер которого равен большему номеру рассматриваемых элементов и приравниваем элемент вектора  $\bar{X}(0)$  с большим номером нулю;
  - если значение элемента вектора  $\bar{Y}(x)$  неизвестно и не может быть найдено через значения элементов вектора  $\bar{X}(0)$ , не приравненных к нулю, следует перенести эти элементы в вектор  $\bar{X}(0)$  на места элементов, приравненных к нулю, поставив при этом в матрице  $\bar{A}(x)$

коэффициенты, равные -1 на пересечении строки с номером, равным номеру позиции элемента в векторе  $\vec{Y}(x)$  и столбца с номером, равным номеру позиции обнуленного элемента в векторе  $\vec{X}(0)$ , на место которого выполняется перенос. Таким образом завершается формирование вектора  $\vec{X}^*$ ;

- если элемент вектора  $\vec{Y}(x)$  равен элементу или сумме элементов вектора  $\vec{X}^*$ , следует внести компенсирующие элементы в матрицу  $\vec{A}(x)$  на пересечении строки с номером, равным номеру позиции рассматриваемого элемента в векторе  $\vec{Y}(x)$  и столбца с номером, равным номеру позиции соответствующего элемента в векторе  $\vec{X}^*$ . Таким образом завершается формирование матрицы  $\vec{A}^*$ .

3. После выполнения этих действий формируется вектор внешней нагрузки  $\vec{B}$  и решается полученная система уравнений.

Зависимости усилий, углов поворота и перемещений в балках, сходящихся в узлах, детально описаны в [3].

Приведенная на рис. 1 схема состоит из двух пролетов в направлении оси  $OX$  и двух пролетов в направлении оси  $OY$ . В каждом узле системы перекрестных балок находится опора. Однако реальные конструкции в большинстве своем не имеют такого регулярного вида. Довольно частыми являются случаи отсутствия промежуточных опор (ребра кессонного перекрытия, решетчатое покрытие) и ребер. Также нерегулярность схемы может быть вызвана необходимостью получения более детальной картины напряжений, деформаций или усилий по длине стержня, для чего требуется его разбиение на отдельные участки.

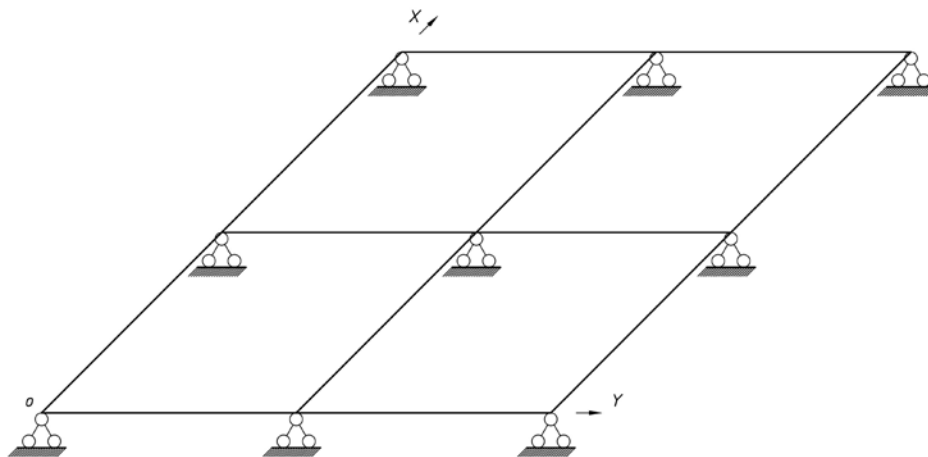


Рис. 1. Система перекрестных балок

Нагрузка на такие системы преимущественно направлена перпендикулярно плоскости  $XOY$ , поэтому и мы ограничимся именно таким направлением. Формирование вектора внешней нагрузки описано в работе [2].

Таким образом, можно сформулировать основные требования к программе расчета системы перекрестных балок:

1. Алгоритм должен предусматривать формирование различных расчетных схем, как регулярных, так и с отсутствием одного и более стержней в произвольном месте системы.

2. Необходимо предусмотреть возможность добавления (удаления) опор в различных узлах.

3. Необходимо предусмотреть возможность приложения к системе любых вертикальных нагрузок, а также изгибающих и крутящих моментов.

4. Программа должна формировать матрицу коэффициентов  $\bar{A}^*$  и вектор неизвестных  $\bar{X}^*$ , а также выводить значения внутренних усилий, перемещений и углов поворота в начале и конце всех стержней, составляющих заданную схему.

Логическая схема, описывающая выполнение приведенных выше задач, показана на рис. 2.

На основании этой логической схемы в среде компьютерной математики MATLAB разработана программа для расчета систем перекрестных балок. Среда MATLAB представляется удобной в связи с наличием в ней большого количества реализованных математических функций и развитым аппаратом работы с матричными выражениями.

Основное окно программы приведено на рис. 3.

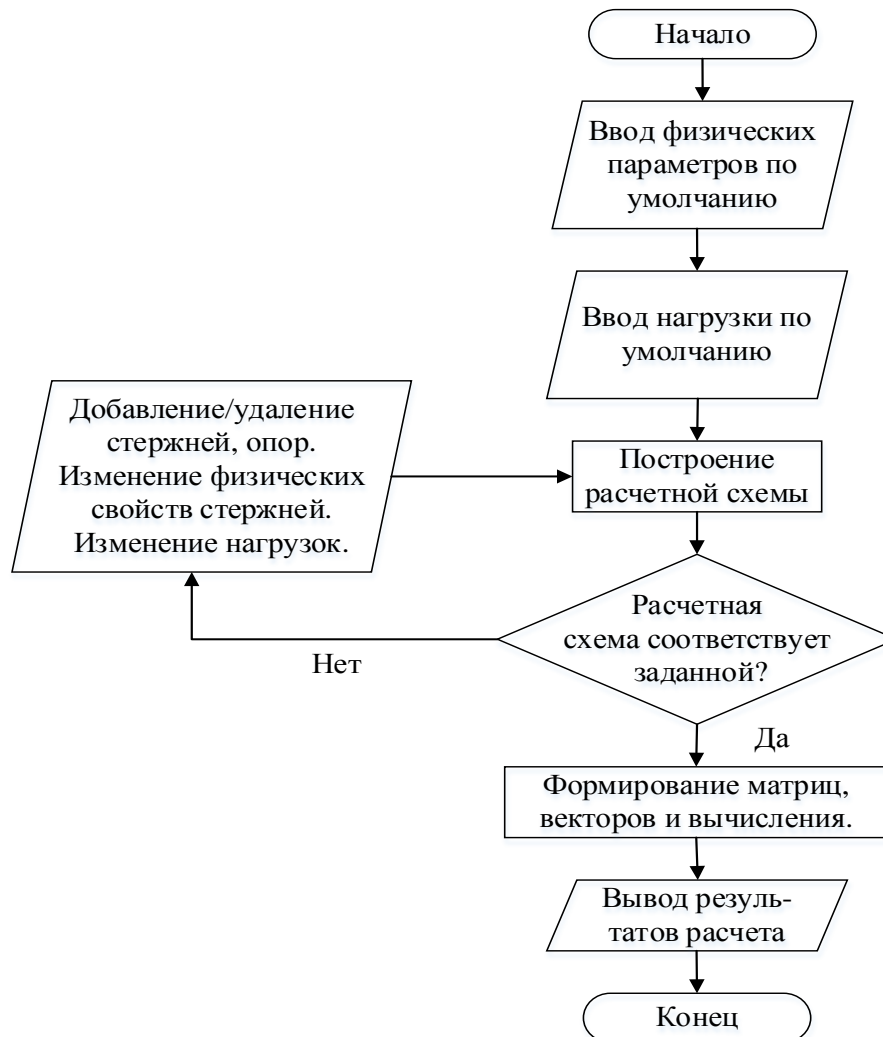


Рис. 2. Логическая схема программы расчета системы перекрестных балок

Кнопка *Default Physics* позволяет задать физические характеристики стержней и геометрические характеристики сечения по умолчанию. Кнопка *Default Loads* открывает окно ввода нагрузок. После введения этих характеристик открывается доступ к другим кнопкам программы. Так, при нажатии на *Generate Scheme* можно сгенерировать регулярную систему перекрестных балок. *Rod Properties* отвечает за добавление стержней, изменение нагрузок и характеристик отдельных стержней, а также добавление (удаление) опорных связей. *Regen* позволяет отрисовать схему в окне программы, а *Calculate* – сформировать расчётные матрицы и вектора, а также решить систему уравнений. На рис. 3 приведено основное окно программы с демонстрацией возможностей формирования расчетных схем.

Следует заметить, что для удобства пользователей предусмотрены кнопки *Pan* и *Zoom*, нумерация стержней в окне просмотра.

Вся вводимая информация обо всех стержнях хранится в единой матрице, хранящей информацию о стержне (координаты начала и конца, наличие закрепления, физические характеристики, нагрузка и т.д.).

На основании этой информации формируется матрица, хранящая информацию об узлах системы – координаты, номера и положение примыкающих элементов. Наличие этой информации позволяет в дальнейшем сформировать систему уравнений (матрицу коэффициентов, вектор неизвестных и вектор внешней нагрузки).

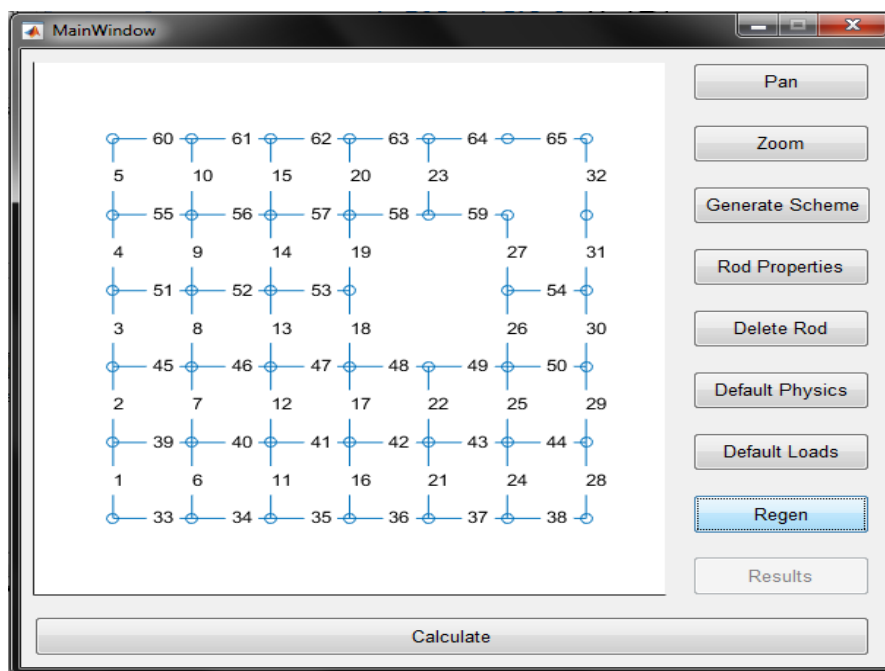


Рис. 3. Основное окно программы расчета систем перекрестных балок.  
Возможности формирования расчетных схем

**Выводы.** Таким образом, разработанная программа позволяет сформировать основные матрицы и вектора, необходимые для расчета, для произвольной системы перекрестных балок с произвольным количеством узлов опирания. Полученные результаты могут быть экстраполированы на создание программ для расчета пространственных конструкций с разнообразными ограничениями геометрического и физического характера.

#### Список использованных источников

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975 – 541 с.
2. Дашенко А.Ф. Численно-аналитический метод граничных элементов. В 2 т. Т. 2. / А.Ф. Дашенко, Л.В. Коломиец, В.Ф. Оробей, Н.Г. Сурьянинов. – Одесса: ВМВ, 2010 – 510 с.
3. Ковров А.В. Напряженно-деформированное состояние железобетонных пространственных рамных конструкций / А.В. Ковров, А.М. Кушнир, А.В. Ковтуненко, Н.К. Высочан. – Одесса: ОГАСА, 2015. – 214 с.
4. Баженов В.А. Строительная механика. Специальный курс. Применение метода граничных элементов / В.А. Баженов, В.Ф. Оробей, А.Ф. Дашенко, Л.В. Коломиец. – Одесса: Астропринт, 2001. – 288 с.
5. Дашенко А.Ф. MATLAB в инженерных и научных расчетах / А.Ф. Дашенко, В.Х. Кириллов, Л.В. Коломиец, В.Ф. Оробей. – Одесса: Астропринт, 2003. – 214 с.
6. Корниенко Ю.В. Система автоматизированного проектирования на основе численно-аналитического метода граничных элементов [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.12 – Одесса, 2015. – 146 с.

#### References

1. Zienkiewicz, O. (1975). *Finite elements method in technic* [Metod konechnyih elementov v tehnike], Mir, Moscow [In Russian].
2. Daschenko, A.F., Kolomiets, L.V., Orobey, V.F., Surianinov, N.G. (2010). *Numerical-analythical boundary elements method* [Chislenno-analiticheskiy metod granichnyih elementov], VMV, Odessa [In Russian].
3. Kovrov, A.V., Kushnir, A.M., Kovtunencko, A.V., Vyisochan, N.K. (2015). *Stress-strain state of reinforced concrete spatial frame structures* [Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie zhelezobetonnyih prostranstvennyih ramnyih konstruktsiy], OGASA, Odessa [In Russian].
4. Bazhenov, V.A., Orobey V.F., Daschenko, A.F., Kolomiets, L.V. (2001). *Structural mechanics. Special course. Application of boundary element method* [Stroitel'naya mehanika. Spetsialnyi kurs. Primenenie metoda granichnyih elementov], Astroprint, Odessa [In Russian].
5. Daschenko, A.F., Kirillov, V.H., Kolomiets, L.V., Orobey V.F. (2003). *MATLAB in engineering and scientific calculations* [MATLAB v inzhenernyih i nauchnyih raschetah], Astroprint, Odessa [In Russian].
6. Kornienko, Y.V. (2015). *Computer-aided design based on numerical-analytical boundary element method* [Sistema avtomatizirovannogo proektirovaniya na osnove chislenno-analiticheskogo metoda granichnykh elementov: diss. ... kand. tekh. nauk], Odessa [In Russian].

#### ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМІВ ЧИСЛЕНО-АНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

ШИЛЯЄВ О.С.

Одеська державна академія будівництва та архітектури

**Мета.** Програмна реалізація основних алгоритмів числено-аналітичного методу граничних елементів та їх застосування до розрахунку стержневих конструкцій.

**Методика.** Реалізується числено-аналітичний метод граничних елементів у середовищі MATLAB.

**Результати.** Розглянуто залежності числено-аналітичного методу граничних елементів, що використовуються при розрахунку систем перехресних балок. Розроблено програму, що реалізує розрахунок системи перехресних балок довільної конфігурації з довільним навантаженням числено-аналітичним методом граничних елементів.

**Наукова новизна.** Вперше розроблено універсальну логічну схему та програму для розрахунку систем перехресних балок з різними умовами спирання, навантаження, геометричними та фізичними характеристиками численно-аналітичним методом граничних елементів.

**Практична значимість.** Отримані результати дозволяють розраховувати довільні системи перехресних балок на різні види навантажень методом, альтернативним методу скінчених елементів.

**Ключові слова:** *перехресні балки, метод граничних елементів, граничні параметри, MATLAB.*

## **ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ** **ШИЛЯЕВ А.С.**

*Одесская государственная академия строительства и архитектуры*

**Цель.** Программная реализация основных алгоритмов численно-аналитического метода граничных элементов и их применение к расчету стержневых конструкций.

**Методика.** Реализуется численно-аналитический метод граничных элементов в среде MATLAB.

**Результаты.** Рассмотрено зависимости численно-аналитического метода граничных элементов, которые используются при расчете систем перекрестных балок. Разработано программу, которая реализует расчет системы перекрестных балок произвольной конфигурации с произвольной нагрузкой численно-аналитическим методом граничных элементов.

**Научная новизна.** Впервые разработано универсальную логическую схему и программу для расчета систем перекрестных балок с различными условиями опирания, нагрузок, геометрическими и физическими характеристиками численно-аналитическим методом граничных элементов.

**Практическая значимость.** Полученные результаты позволяют рассчитывать произвольные системы перекрестных балок на различные виды нагрузок методом, альтернативным методу конечных элементов.

**Ключевые слова:** *перекрестные балки, метод граничных элементов, граничные параметры, MATLAB.*